

**NUMERISCHE ANALYSE EINES HAENGEGLETSCHERS  
AM LISKAMM (WALLISER ALPEN)**

Jürg Schweizer, Frauenfeld

**Zusammenfassung**

An einem Hängegletscher (4150 m.ü.M., 48° steil) in der Nordwand des Liskamm (Walliser Alpen) wird in einem Längsschnitt die Spannungs- und Geschwindigkeitsverteilung untersucht. Die Lösung des Differentialgleichungssystems des Gletscherflusses erfolgt numerisch mit der Methode der Finiten Elemente, wobei ein linear viskos Stoffgesetz zur Anwendung kommt. Vorerst muss die wahrscheinliche Geometrie des Gletscherbettes bestimmt werden, was mit Hilfe der berechneten Spannungsverteilung und der bekannten Lage des Bergschrundes möglich ist. Das Geschwindigkeitsfeld erlaubt die Bestimmung einer Zeit-Tiefen-Funktion für eine erste, grobe Untersuchung der Stratigraphie von Abbruchfronten. Eine Studie über mögliche Abbruchmechanismen zeigt, dass in der Regel von so hochgelegenen Gletschern nur kleine Eismassen von einigen 1000 m<sup>3</sup> abbrechen.

**Summary**

A hanging glacier (4150 m.a.s.l., mean slope 48°) at the northface of Liskamm (Wallis Alps) serves as a model for calculating distribution of stress and velocity by the finite element method using a linear viscous flow law. By the analysis of the state of stress and the well known position of the bergschrund a probable simple geometry of the unknown glacier bed can be determined. A depth-age relationship deduced from the velocity field allows a first, rough stratigraphic interpretation of glacier fronts. A study on possible breaking mechanisms of ice avalanches suggests that only small parts of some 1000 m<sup>3</sup> volume break off at once.

**1. EINLEITUNG**

Hängegletscher gehören zu den imposantesten, aber auch gefährlichsten Formen des Hochgebirges. Aus der jüngeren Vergangenheit sind vor allem die Eistürze vom Altels (1895), vom

Allalingletscher (Mattmark, 1965) und vom Weisshorn (1973) bekannt und gut dokumentiert.

Nur vereinzelt existieren aber ausgedehnte Untersuchungen; *in situ* Messungen sind meist unmöglich und beschränken sich in der Regel auf einzelne Gletscher, nicht selten nach einer Katastrophe (Röthlisberger 1978, Alean 1984, Ott 1985).

Es scheint daher interessant einmal die Gletschermechanik eines Hängegletschers, das heisst Fliess- und Spannungsverhältnisse, etwas genauer unter die Lupe zu nehmen.

Mit Hilfe eines zweidimensionalen Modells wird mit der Methode der Finiten Elemente ein Hängegletscher am Liskamm untersucht.

## 2. METHODEN UND ANNAHMEN

Die numerische Lösung der Feldgleichungen des Gletscherfliessens (Hutter, 1983) erfolgt nach der Methode der Finiten Elemente. Seit rund zehn Jahren hat diese Methode auch in der Glaziologie Einzug gehalten, und die guten Erfahrungen, die man trotz des teilweise beträchtlichen Rechenaufwandes gemacht hat, legen es nahe, auch für diese Arbeit ein FE-Programm des Institutes für Bauplanung und Baubetrieb der ETH Zürich zu verwenden (RHEO-STAUB, IBETH) (Iken, 1977).

Dank der formalen Analogie zwischen Elastizität und Visko-sität ist es möglich, das für Zwecke der Statik entwickelte Programm auch für die Simulation des Gletscherfliessens zu benutzen. Allerdings ist der Aufwand, um ein nicht lineares Stoffgesetz wie das Glen'sche Fliessgesetz zu verwenden, sehr gross, und es wurde daher im Rahmen dieser kleinen Studie darauf verzichtet.

### Geometrie

Die Grundlage der Modellrechnungen bildet ein Hängegletscher in der Nordflanke des Liskamms 4527 m.ü.M. (Monte Rosa, Walliser Alpen), der die Bedingungen bezüglich Steilheit und Eistemperaturen (kalt, am Bett festgefroren) erfüllt (Fig.1).



Fig. 1

Liskamm  
Nordflanke

Liskamm  
northface

Photo:  
J. Alean

Da die Rechnung zweidimensional erfolgt, galt es, einen geeigneten Längsschnitt auszuwählen. Die Gletscheroberfläche konnte aus der Karte 1:10'000 "Grenz-Zwillingsgletscher" herausgelesen werden. Die grosse Unbekannte aber war der Verlauf des Gletscherbettes, denn auf solch steilen Gletschern, die mittlere Neigung beträgt immerhin  $52^\circ$ , wurden noch nie Dickenmessungen durchgeführt. Es darf jedoch angenommen werden, dass dort wo, sich ein Gletscher in derart steilem Gelände zu halten vermag, ein Absatz, eine Felsnische vorhanden sein muss.

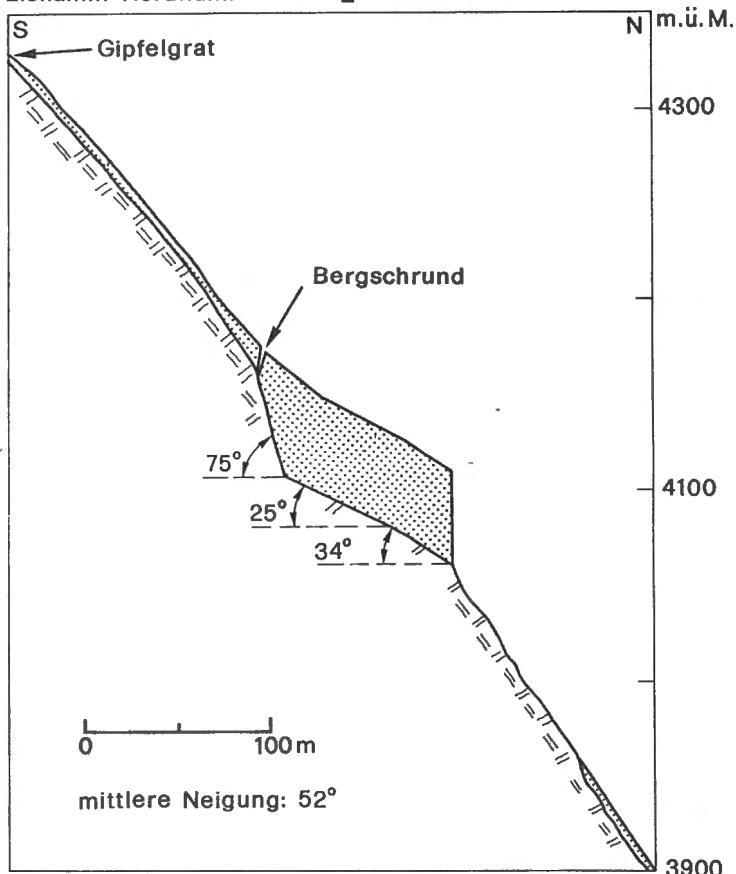
Die einzige Möglichkeit etwas über das Gletscherbett herauszufinden, bot der Bergschrund. Daher wurde für verschiedene mögliche Geometrien des Gletscherbettes die Spannungsverteilung numerisch berechnet und analysiert. Ziel der Analyse war es, eine Geometrie zu finden, bei der die Spannungsverteilung gerade dort ein Zugsspannungsmaximum aufweist, wo in natura der Bergschrund ist. Fig. 2 zeigt das bestmögliche Modell.

#### Materialkonstanten

Der Wahl der Materialkonstanten kommt grosse Bedeutung zu, denn sie beeinflusst ganz wesentlich die Geschwindigkeitsverteilung und in geringerem Masse auch die Spannungsverteilung. Materialkonstanten sind die Dichte  $\rho$  und je nach Stoffverhal-

Fig. 2 Longitudinal profile Liskamm northface, mean slope  $52^\circ$

Liskamm Nordflanke Profil II Variante 5



ten ein bis zwei weitere Größen. Für linear viskoses Fließen ist das eine Scherviskosität  $\eta$  und eine Volumenviskosität  $\kappa$ . Betrachtet man Eis als inkompressiblen Körper, so wird  $\kappa$  per definitionem unendlich. Bei den meisten Modellrechnungen wurde der Gletscher als isotroper, homogener Körper mit konstanter Dichte  $\rho = 0.9 \text{ Mg/m}^3$  betrachtet.

Neben dem sogenannten Eismodell mit konstanter Dichte fand

auch ein Firnmodell, das vor allem die Firnkompaktion in den oberflächennahen Schichten berücksichtigt, mit tiefenabhängigen Materialkonstanten Verwendung (Fig. 3).

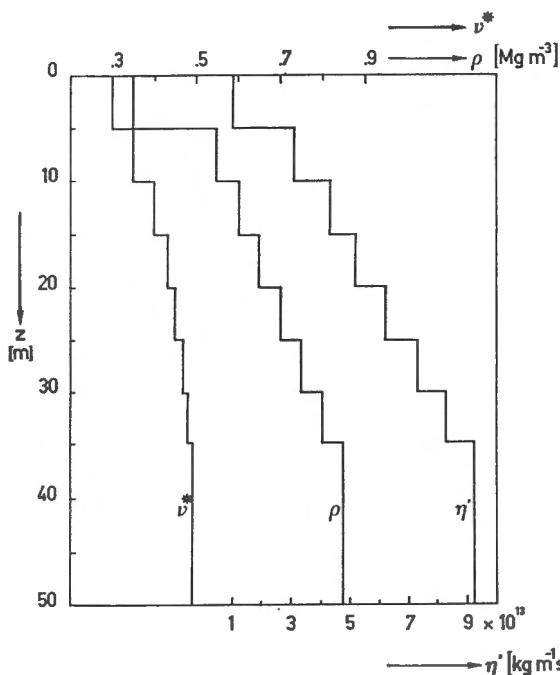


Fig.3 Materialkonstanten des Firnmodells Viskosität  $\eta$ , Poissonzahl  $v^*$  und Dichte  $\rho$  als Funktion der Tiefe  $z$

Material properties of the firn model (regarding ice a linear viscous, compressible material)  
viscosity  $\eta$ ,  
viscous analogon of Poisson's ratio  $v^*$   
and the density  $\rho$  as a function of the depth  $z$

Dabei stammt die Dichte-Tiefe-Funktion aus dem Bohrloch 1977 vom Colle Gnifetti (Haeberli et al., in Vorbereitung). Für die Wahl der übrigen Materialkonstanten ging man von vergleichbaren Werten vom Colle Gnifetti (Iken, pers. Mittlg.) und von einem linearen Zusammenhang zwischen Dichte und Viskositäten aus (Ambach und Eisner 1983, Mellor 1975).

Für das Eismodell wurde die Viskosität  $\eta = 10.3 \times 10^{13} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$  gewählt. Der sehr hohe Wert ist eine Folge der tiefen Temperatur (Bohrlochtemperatur in 15 m Tiefe auf dem Colle Gnifetti -14°C) (Haeberli und Alean, 1985) und entspricht einem Fliessgesetzparameter  $A = 4 \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} \text{ kPa}^{-3}$  (Paterson, 1981)

### Randbedingungen

Auf die Gletscheroberfläche wirken keine äusseren Kräfte ein. Die Geschwindigkeitskomponenten am Gletscherbett sind identisch Null; das heisst es gibt kein Gleiten; der Gletscher ist festgefroren. Er befindet sich ausserdem im Gleichgewicht, das heisst, er ändert seine Form nicht. Die durch das Fliessen entstehenden Formveränderungen werden durch die Akkumulation und die Ablation (Eisabbrüche) gerade kompensiert.

### Spaltenbildung

Mangels überzeugender quantitativer Bruchkriterien, wurde rein qualitativ angenommen, dass Spaltenbildung dort auftritt, wo die Zugspannungen maximal sind, und zwar senkrecht zur Richtung der grössten Zugspannung.

## 3. RESULTATE

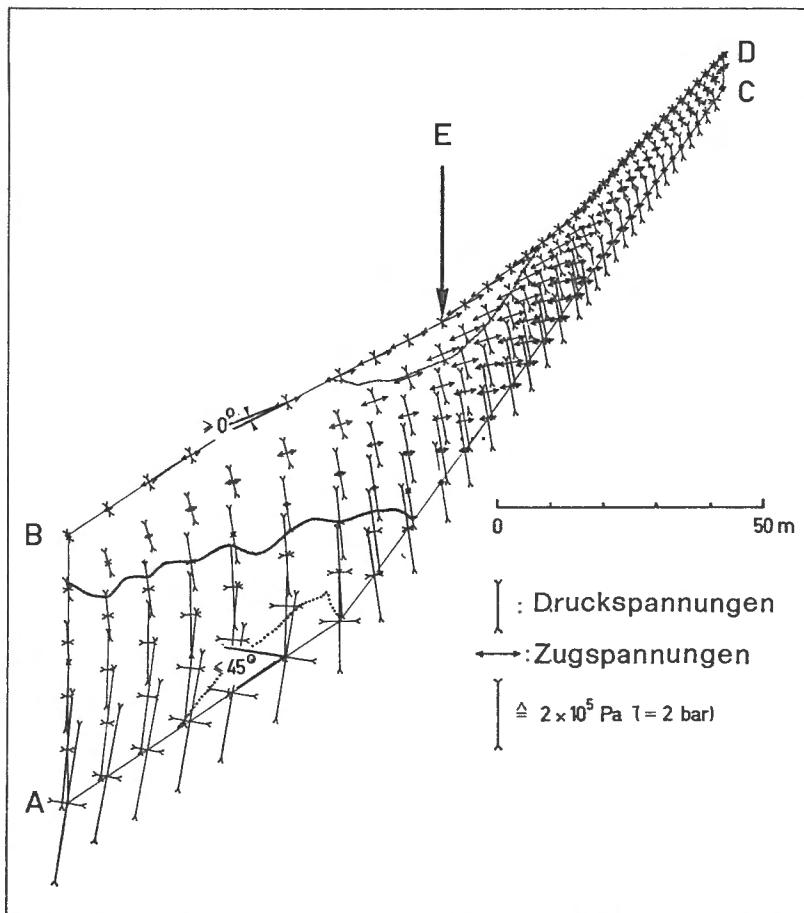
### Spannungsverteilung

Für verschiedene Varianten (1-5) des Längsprofils II und weitere Geometrien mit Spalten und mit überhängender Abbruchfront wurde mit den Materialkennwerten aus Kap. 2 die Spannungsverteilung berechnet. Das Programm "RHEO-STaub" liefert in allen Knoten die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  und die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Figur 4 zeigt die Hauptspannungen für Variante 2 des Profils II.

Grundsätzlich sehen alle Spannungsverteilungen ähnlich aus. Die Orientierung der Hauptachsen ist an der Basis um  $45^\circ$  gegenüber dem Gletscherbett geneigt, wie man es von der Theorie erwarten kann. An der Gletscheroberfläche ist die grössere der beiden Hauptachsen beinahe parallel zur Oberfläche, weil durch die endliche Ausdehnung des Modells eine Längsdehnung entsteht. So kommen im oberen Drittel meist Zugspannungen vor; in der Nähe des Bettes existieren nur Druckspannungen. In allen Modellen findet man dort, wo der Hängegletscher zunehmend steiler und dünner wird, ein Zugspannungsmaximum

**Fig. 4** Hauptspannungen des Profils II der Variante 2. Die ausgezogene Linie trennt positive von negativen Werten der Hauptspannung  $\sigma_1$ . Die feinpunktierten Linien sind Niveaulinien  $\pm 1$  bar für  $\sigma_1$ .

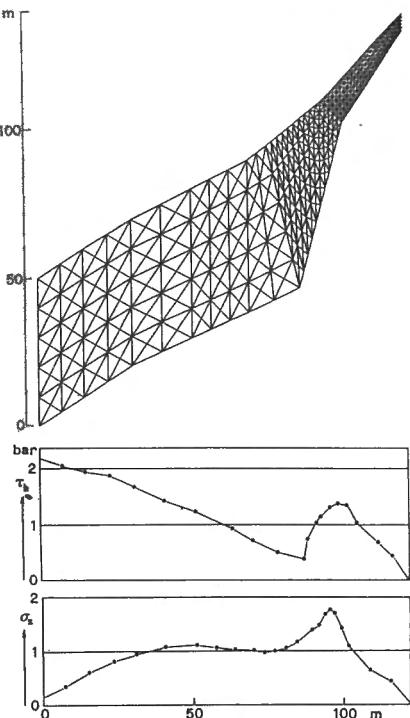
Principal stresses in profile II, version 2. The thick line separates positive from negative values of the principal stress  $\sigma_1$ . The dotted lines indicate the  $\pm 1$  bar level of  $\sigma_1$ .



(Fig.4 : Punkt E), dort also darf der Bergschrund erwartet werden. Die grössten Druckspannungen befinden sich eindeutig immer zuvorderst an der Abbruchfront (Fig.4 : Punkt A). Die basale Scherspannung ist an der Abbruchfront maximal und erreicht für alle Modelle Werte von rund 2 bar (1 bar=10<sup>6</sup>Pa). Berücksichtigt man die Dreidimensionalität und die in natura geringere Dichte, so resultiert immer noch eine Scherspannung von rund 1.5 bar. Figur 5 zeigt den für alle gerechneten Varianten typischen Verlauf. Die Scherspannung nimmt mit zunehmender Distanz von der Abbruchfront ab und erreicht in der Gegend des Knicks im Gletscherbett ein lokales Minimum. Die Zugspannung an der Oberfläche hat ein Maximum etwas oberhalb der Stufe, wo der Gletscher markant dicker wird, wo auch die Fließgeschwindigkeit zunimmt. Je flacher die Nische ist, in welcher der Gletscher sozusagen sitzt, umso mehr variiert die Scherspannung, das heisst, umso ausgeprägter sind das Maximum

Fig. 5 Verlauf der basalen Scherspannung  $\tau_b$  und der Zugspannung  $\sigma_s$  an der Oberfläche.

Basal shear stress  $\tau_b$  and tensile stress  $\sigma_s$  at the surface along the profile II, version 5.



und das Minimum. Dasselbe gilt für den Verlauf der Zugspannung an der Oberfläche.

Der numerisch berechnete, maximale Wert von 2 bar für die Scherspannung, stimmt annähernd überein mit dem analytisch berechneten Wert für den Fall einer unendlich ausgedehnten, planparallelen, geneigten Platte mit der Höhe der Abbruchfront als Dicke.

### Stabilität

Aenderungen des Gletscherbettes haben also einen deutlichen, aber nicht übermäßig grossen Einfluss auf den Betrag und den Verlauf der basalen Scherspannung. Die Größenordnung bleibt für verschiedene Varianten dieselbe (1.6 bis 2.2 bar) und der Spannungsverlauf zeigt ein typisches Verhalten. Die Frage nach der Stabilität eines Hängegletschers kann aufgrund der obigen Betrachtungen allein nicht entschieden werden. Offensichtlich ist bei Scherspannungen von 2 bar die Scherfestigkeit von Gletschereis noch nicht erreicht, denn der Gletscher existiert ja in natura. Von der Stabilität her ist es auch nicht nötig, dass eine Nische, wie oben vermutet, vorhanden sein muss, denn eine Modellrechnung mit einem gleichmässig geneigten Gletscherbett von 45° ergab eine Scherspannung von nur 1.6 bar. Eine Nische ermöglicht aber wohl, dass sich in einer so steilen Flanke überhaupt ein Hängegletscher bilden kann. Dass die Verhältnisse vermutlich nicht gar so einfach sind, zeigen die Figuren 6 und 7. Es ist offensichtlich möglich dass sich in steilen Flanken auch ohne Nischen Hängegletscher bilden können, wenn verschiedene für die Gletscherbildung wichtige Faktoren wie Ablation, Akkumulation, Wind- und Strahlungsverhältnisse, Eis- und Schneelawinen günstig zusammenwirken.

### Abbruchstudien

Hängegletscher sind aber nicht so stabil, wie man aus obigen Berechnungen schliessen könnte. Eisstürze sind Tatsache, und auch von sehr hoch gelegenen Gletschern. Was geschieht, wenn der Gletscher sich vorwölbt, überhängend wird? Figur 8 zeigt

Fig. 6 und 7 Aiguille d'Argentière 1942 (oben) und 1958.  
Aus Post and LaChapelle (1971)  
Aiguille d'Argentiere 1942 (above) und 1958.  
From Post and LaChapelle (1971)

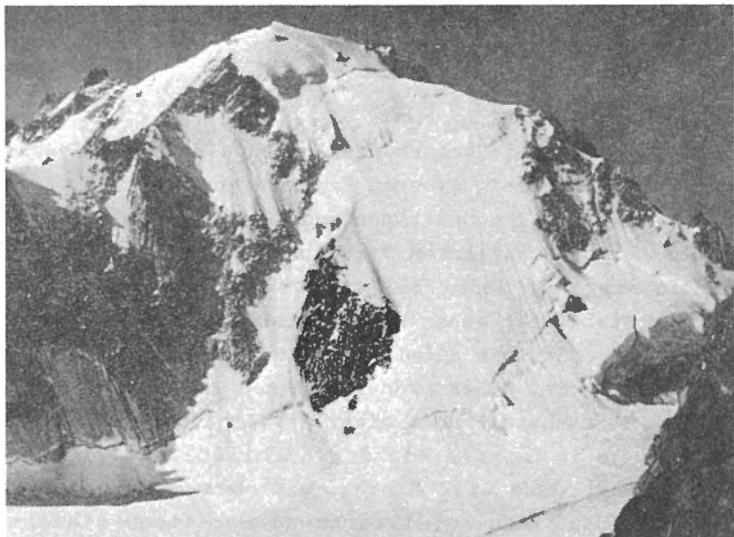
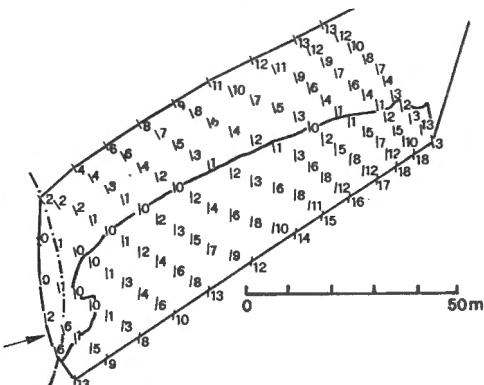


Fig.8 Hauptspannungen für die Variante mit überhängender Abbruchfront in Zehntel bar. Linienelemente geben die Richtung, die senkrecht ist zu  $\sigma_1$ . Die ausgezogene Linie trennt Zug- von Druckspannungen. Strichpunktiert eine mögliche Bruchlinie.

Principal stresses  $\sigma_1$  for geometry shown (front is slightly overhanging). Numbers are values of the principal stress  $\sigma_1$  in tenths of bar. The bold line is the boundary between tensile and compressive values of  $\sigma_1$ . Line elements indicate direction perpendicular to  $\sigma_1$ . The arrow points to the probable line of failure.



die resultierende Spannungsverteilung. Es wird deutlich, dass solche Veränderungen an der Abbruchfront nur den allervordersten Teil beeinflussen. An der Stabilität der Eismasse als ganzes ändert sich nichts. Die überhängenden Teile werden lamellenartig abbrechen. Es handelt sich um einen Abbruch vom Typ II (Alean, 1984) oder einen sogenannten "frontal block failure" (Perla, 1980). Das zu erwartende Volumen eines solchen Abbruchs (Abbruchhöhe 50 m) wäre demnach je nach Breite in der Größenordnung einiger 1000 m³, eventuell einiger weniger 10'000 m³.

#### Geschwindigkeitsverteilung

Auch hier ist die Uebereinstimmung der numerisch berechneten Geschwindigkeiten mit dem analytisch lösbarer Fall der unendlich ausgedehnten, planparallelen, geneigten Platte gut (2.4 m/a bzw. 2.2 m/a).

Eine anschauliche Darstellung des Geschwindigkeitsfeldes erhält man, wenn man mit Hilfe der Richtung der Geschwindigkeitsvektoren, die für jeden Knoten des Modells berechnet

Fig.9 Fliesslinien des Firnmodells.  
Flow lines of the firn model. Arrows mark time  
intervals of ten years, in the lowest flow line shown,  
however, time intervals of 100 years.

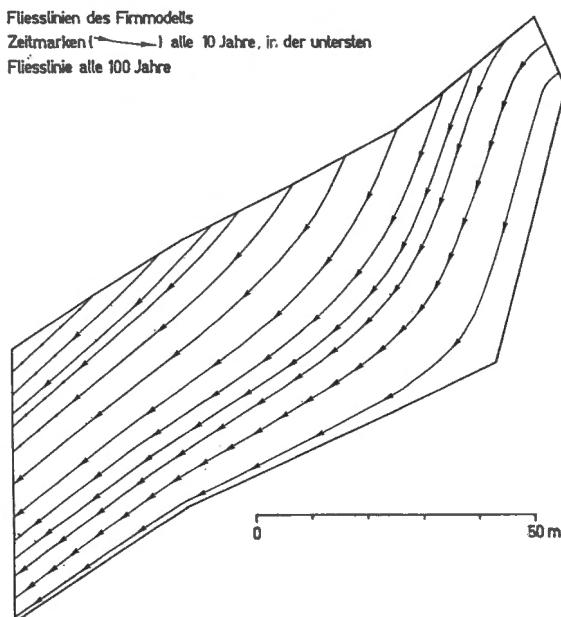
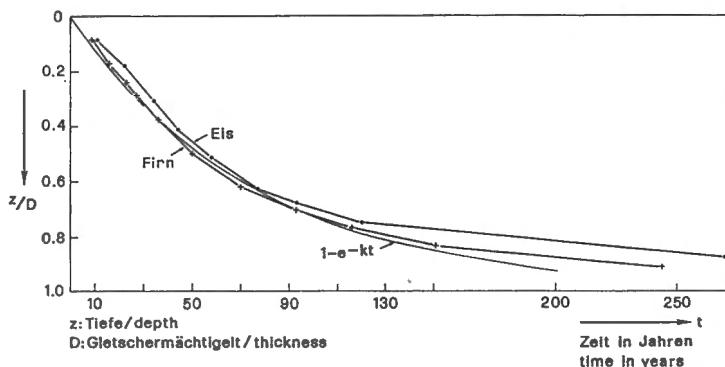


Fig.10 Zeit-Tiefen-Funktion für das Eis- und das Firnmodell,  
sowie eine Approximation der Kurve des Firnmodells  
durch eine Exponentialfunktion.  
Time-depth-function for the ice and the firn model.  
An approximation of the curve for the firn model by  
an exponential function is also shown.



werden, Fliesslinien zeichnet (Fig.9).

Mit den Fliesslinien lässt sich für die Abbruchfront eine Zeit-Tiefen-Abhängigkeit bestimmen (Fig. 10). Damit kann man versuchen, die Stratigraphie einer Abbruchfront zu entschlüsse, etwa so dass man gewisse markante Horizonte, wie Staub-schichten, gewissen Tiefenbereichen zuordnen kann.

So sind die letzten 50 Jahre sicher in der oberen Hälfte der Abbruchfront zu finden; die letzten 10 Jahre im obersten Zehntel. Für eine zuverlässige Datierung ist allerdings eine Eichung der Zeit-Tiefen-Funktion mit Ergebnissen von Bohr-kern-Analysen unerlässlich.

Die maximale Akkumulation, welche man aus den Eintauchge-schwindigkeiten bestimmen kann, ist beim Firnmodell 37 cm WE, was zeigt, dass die berechnete Geschwindigkeitsverteilung sinnvolle Werte ergibt, erhalten doch Oeschger et al. (1978) für den Colle Gnifetti 30 - 35 cm WE.

#### 4. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die Spannungsverteilung wird im wesentlichen bestimmt durch die Geometrie der Oberfläche und des Gletscherbettes. Als obere Grenze für die maximal auftretende basale Scherspannung kann man als Abschätzung den analytisch berechneten Wert für die unendlich ausgedehnte, planparallele, geneigte Platte benützen. Die beiden Grössen, die man für die analytische Rechnung braucht, sind die Höhe der Abbruchfront und die Neigung der Gletscheroberfläche in der Nähe der Abbruchfront. Beide Grössen lassen sich schnell und einfach bestimmen.

Hängegletscher mit einer ähnlichen Geometrie wie am Liskamm scheinen an Flanken mit einer durchschnittlichen Neigung von rund 50° in der betrachteten Höhenlage und Exposition (4000 m.ü.M., Nord) durchaus stabil zu sein. Die Gefahr eines Eis-sturzes besteht erst, wenn die Abbruchfront stark überhängt oder sich an der Front eine Eislamelle bildet. Die numerisch berechnete Spannungsverteilung zeigt, dass aber kaum der ganze überhängende Teil auf einmal abstürzt, sondern dass es zu Teilstürzen kommt. Die entstehenden Sturzvolumina dürften

daher in der Grössenordnung einiger 1000 m<sup>3</sup> liegen. Dies gilt allerdings nur, wenn der Gletscher vollständig an seinem Bett festgefroren ist. Aber nicht allein die Eistemperatur ist von Bedeutung. Beim Hängegletscher am Weisshorn handelt es sich sicher um kaltes Eis. Dennoch sind in den letzten paar Jahrhunderten wiederholt grössere Eismassen instabil geworden, sind abgestürzt und haben in Randa Verwüstungen angerichtet (Röthlisberger et al., unveröffentlicht). Die thermischen und mechanischen Bedingungen, welche zu der jeweils stark beschleunigten Eisdeformation führten, lassen sich nur grob abschätzen und sind im wesentlichen ungewiss.

Die numerisch berechnete Geschwindigkeitsverteilung ist besonders anfällig auf Aenderungen der Materialkennwerte, wie Dichte und Viskosität. Hier drängt sich eine Eichung des Modells anhand von Felddaten auf. Die berechnete Abwärtsbewegung an der Oberfläche, die in unserem Fall einer Akkumulation von 30 - 40 cm WE entspricht, zeigt, dass das verwendete Modell in den oberflächennahen Schichten die richtige Grössenordnung für das Geschwindigkeitsfeld ergibt, denn am benachbarten Colle Gnifetti hat man ähnliche Werte gemessen. Die aus dem Geschwindigkeitsfeld berechnete Zeit-Tiefen-Funktion ist daher sicher ein brauchbares Instrument, um sich einen ersten Ueberblick über die Stratigraphie einer Abbruchfront zu verschaffen - mehr aber nicht, ausser man kombiniert sie mit einzelnen Messungen, wodurch eine zuverlässige Extrapolation möglich wird.

Die mit dem verwendeten Modell und der Lösungsmethode der Finiten Elemente erhaltenen Resultate sind angesichts der spärlichen Felddaten ermutigend. Es wäre sicher lohnenswert, ähnliche Untersuchungen für Gebiete mit besseren experimentellen Daten, zum Beispiel für den Colle Gnifetti, durchzuführen. Wenn immer möglich sollte dabei ein Stoffgesetz mit einer spannungsabhängigen Viskosität Verwendung finden. Im weiteren dürfte es interessant sein, Eislawinen auf ihre Abbruchmechanismen zu untersuchen und zu versuchen, die gefundenen Varianten zu modellieren. Dabei wäre die Verwendung

eines dreidimensionalen Modells sicher sehr nützlich, der entstehende Rechenaufwand aber auch ganz beträchtlich. Viele der an Gletschern beobachteten gletschermechanischen Phänomene können aber überraschenderweise recht gut in Anlehnung an den analytisch berechenbaren Fall der unendlich ausgedehnten, planparallelen, geneigten Platte erklärt oder wenigstens abgeschätzt werden. Numerische Modelle sind zwar zeitaufwendig, ermöglichen aber weit genauere und zuverlässigere Aussagen und Prognosen.

#### Dank

Die vorliegenden Untersuchungen entstanden im Rahmen einer Diplomarbeit in Geophysik unter der Leitung von Prof. Dr. Stephan Müller. Frau Dr. Almut Iken danke ich herzlich für die sorgfältige und anregende Betreuung. Mein Dank gilt auch allen anderen Mitarbeitern der Glaziologie und insbesondere Prof. Dr. Daniel Vischer für die Gastfreundschaft in seinem Hause.

#### Literaturverzeichnis

- Alean, J., 1984, Untersuchungen über Entstehungsbedingungen und Reichweiten von Eislawinen, VAW-Mitteilung Nr. 74
- Ambach, W. and Eisner, H., 1983, Effective shear viscosity of firn of a temperate glacier, Annals of Glaciology 4 10-13
- Haeberli, W. and Alean, J., 1985, Temperature and accumulation of high altitude firn in the Alps, Annals of Glaciology 6, 161-163
- Haeberli, W., Schmid, W., Wagenbach, D., in Vorbereitung, On the geometry, flow and age of firn and ice at the Colle Gnifetti core drilling site (Monte Rosa, Swiss Alps)
- Hutter, K., 1983, Theoretical Glaciology. Reidel Publishing Company, Dordrecht
- Iken, A., 1977, Movement of a large ice mass before breaking off. Journal of Glaciology, 19, 595-605

- Mellor, M., 1975, A review of basic snow mechanics. In Snow mechanics, IAHS, 114, 251-291
- Oeschger, H., Schotterer, U., Stauffer, B., Haeberli, W. and Röthlisberger, H., 1978, First results from Alpine core drilling projects. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 13, 193-208
- Ott, B., 1985, Effets de voute dans les glaciers. VAW-Mitteilung Nr. 80
- Paterson, W.S.B., 1981, The physics of glaciers. 2nd. ed., Pergamon Press, Oxford
- Perla, R.I., 1980, Avalanche release, motion an impact. In Dynamics of snow and ice masses, edited by S.C. Colbeck, Academic Press, New York, 397-462
- Post, A. and LaChapelle, E.R., 1971, Glacier ice. University of Washington Press, Seattle
- Röthlisberger, H., 1978, Eislawinen und Ausbrüche von Gletscherseen. In Jahrbuch der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, wissenschaftlicher Teil, 170-212
- Röthlisberger, H. et al., unveröffentlicht, Gletscherstürze am Weisshorn Gemeinde Randa, Expertenbericht über die Untersuchungen 1972/73. VAW (ETH) Zürich, Juni 1975

**Adresse des Verfassers:**

Jürg Schweizer  
Versuchsanstalt für Wasserbau,  
Hydrologie und Glaziologie  
ETH-Zentrum  
CH-8092 Zürich